

**МАГНИТНОЕ ПОЛЕ СВЕРХПРОВОДНИКОВ II РОДА
В МОДЕЛИ ВИХРЯ
С НОРМАЛЬНОЙ СЕРДЦЕВИНОЙ КОНЕЧНОГО РАДИУСА**

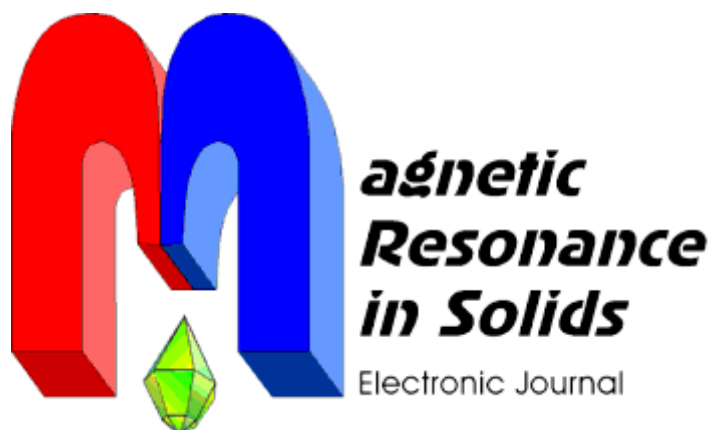
А.В. Минкин, С.Л. Царевский

Казанский государственный университет, 420008 Казань

**MAGNETIC FIELD OF TYPE II SUPERCONDUCTORS
IN THE NORMAL FLUX CORE MODEL**

A.V. Minkin, S.L. Tsarevskii

Kazan State University, 420008 Kazan, Russia



*Volume 6, No. 1,
pages 133-139, 2004*

<http://mrsej.ksu.ru>

**МАГНИТНОЕ ПОЛЕ СВЕРХПРОВОДНИКОВ II РОДА
В МОДЕЛИ ВИХРЯ
С НОРМАЛЬНОЙ СЕРДЦЕВИНОЙ КОНЕЧНОГО РАДИУСА**

А.В. Минкин, С.Л. Царевский
Казанский государственный университет, 420008 Казань

Для сверхпроводника II рода рассматривается модель вихря Абрикосова с нормальной сердцевинной конечного радиуса ($\kappa \gg 1$, κ параметр Гинзбурга-Ландау). На основе квантовомеханического обобщения уравнения Лондонов для сверхпроводящего тока в предположении нормальной сердцевины вихря показано, что уравнения для магнитного поля переходят в обобщенное уравнение Лондонов (с точностью $1/\kappa$). Получены решения этого уравнения для одиночного вихря в бесконечном сверхпроводнике и для решетки вихрей в полубесконечном сверхпроводнике. Показано, что эти решения являются конечными в любой точке пространства и, следовательно, устранение расходимостей происходит автоматически. Модель нормальной сердцевины вихря имеет преимущество перед моделью Клема, поскольку она позволяет более успешно решить краевую задачу для полубесконечного сверхпроводника.

**MAGNETIC FIELD OF TYPE II SUPERCONDUCTORS
IN THE NORMAL FLUX CORE MODEL**

A.V.Minkin, S.L.Tsarevskii
Kazan State University, 420008 Kazan, Russia

The model of the normal flux core of the Abrikosov's vortex in a type II superconductor is used ($\kappa \gg 1$, κ is the Ginzburg-Landau parameter). It is shown, that on the basis of the quantum-mechanical generalization of the London's equation for the superconducting current with the supposition of the normal flux core the equations for the magnetic field rearrange to the form of generalized London's equation (with an accuracy $1/\kappa$). Solutions of generalized London's equation are obtained for a single vortex in infinite superconductor and for the vortex lattice in a semi-infinite superconductor. It is shown, that these solutions are finite in any point of the space and that the removal of divergences is getting automatically. The normal flux core model offers an advantage over the Clem's model, so that it allows to solve the boundary-value problem more successfully for the vortex lattice of the superconducting semispace.

Для интерпретации экспериментальных данных, получаемых при исследовании сверхпроводников II рода различными методами (магнитостатическими, радиоспектроскопическими, нейтронными, мюонными и т.д.), необходимо знать распределение локального магнитного поля $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ решетки вихрей Абрикосова в постоянном магнитном поле \mathbf{H} [1]. Обычно для определения $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ в промежуточной области полей $H_{c1} < H < H_{c2}$ (H_{c1} , H_{c2} – первое и второе критические поля) при $\kappa \gg 1$ (κ – параметр Гинзбурга-Ландау) используется уравнение Лондонов, в котором сердцевина вихря описывается двумерной δ -функцией с особенностью в центре вихря.

Уравнение Лондонов позволяет получить $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ для одиночного вихря в бесконечном сверхпроводнике. Широко используется уравнение Лондонов для решетки вихрей: используя трансляционную симметрию решетки, находят сначала Фурье-компоненты $\mathbf{h}(\mathbf{G})$ магнитного поля (\mathbf{G} – вектор обратной решетки), а затем с помощью ряда Фурье восстанавливают $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ (см. например, [2]). Таким способом найдено решение для полубесконечного анизотропного сверхпроводника и найдено $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ как внутри, так и вне границы сверхпроводника [3]. Однако полученные таким способом решения уравнения Лондонов для полубесконечного анизотропного сверхпроводника имеют недостаток: в центре вихря решения становятся бесконечными. Для одиночного вихря и решетки вихрей безграничного сверхпроводника возникающую особенность довольно просто устранить путем обрезания решения на расстояниях $\sim \xi$ от центра вихря (ξ – длина когерентности). Для полубесконечного сверхпроводника в поле \mathbf{H} , направленном по нормали к поверхности сверхпроводника вблизи границы сверхпроводника, магнитное поле из сильно неоднородного поля вихрей Абрикосова переходит в однородное поле вне сверхпроводника, так что на границе сверхпроводника появляются тангенциальные составляющие магнитного поля. Эта переходная область имеет глубину внутри сверхпроводника $\sim \lambda$ (λ – лондоновская глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник) и вне сверхпроводника $\sim b$ (b – расстояние между вихрями) [3]. Процедура ограничения сингулярного решения в этой области (и, особенно, вне сверхпроводника) становится не совсем ясной; так, например, на границе сверхпроводника при достаточно разряженной решетке вихрей тангенциальные составляющие магнитного поля должны стремиться к нулю в центре вихря (как это следует из соображений симметрии) и не имеют сингулярности вообще. С другой стороны, совершенно понятно, что появление особенностей в решениях уравнения Лондонов связано с тем, что в них считается, что изменение параметра порядка происходит лишь в центре вихря. Если считать, что параметр порядка изменяется на расстоянии $\sim \xi$ от центра вихря, то последовательный учет этого обстоятельства приводит к модификации уравнения Лондонов для $\mathbf{h}(\mathbf{r})$.

Уравнения Гинзбурга-Ландау для магнитного поля $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ сверхпроводников в безразмерных единицах, обычно используемых в теории сверхпроводимости, имеют вид [2]:

$$\text{rot } \mathbf{h} = -f^2 \mathbf{Q}, \quad \mathbf{Q} = \mathbf{A} - \xi \nabla \chi, \quad (1)$$

где $f = \Delta / \Delta'$, Δ – амплитуда параметра порядка, Δ' – амплитуда параметра порядка в отсутствии полей, χ – фаза параметра порядка, \mathbf{A} – векторный потенциал магнитного поля ($\mathbf{h} = \text{rot } \mathbf{A}$).

Рассмотрим сначала бесконечный сверхпроводник и найдем решение (1), обладающее цилиндрической симметрией, т.е. найдем поле одиночного вихря. Воспользуемся моделью вихря с нормальной сердцевиной радиуса ξ . Тогда с точностью до ξ можно положить $f^2 = 0$ внутри сердцевины и $f^2 \neq 0$ вне сердцевины. Введем также функцию $g = 1 - f^2$. Пусть сердцевина центрирована вдоль оси Oz, тогда решение (1) зависит от $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ и не зависит от z. Возьмем rot от обеих частей уравнения (1) и, используя функцию g, получим:

$$\mathbf{h} + \text{rot rot } \mathbf{h} = -g \mathbf{h}_n - \delta(\rho - \xi) [\mathbf{e}_\rho, \Delta \mathbf{A}] + \delta(\rho - \xi) \mathbf{e}_z, \quad (2)$$

где \mathbf{h}_n – магнитное поле внутри сердцевины вихря, а $\Delta \mathbf{A} = \lim_{\rho \rightarrow \xi-0} \mathbf{A} = -\mathbf{A}_n(\xi)$ – скачок функции $g \mathbf{A}$ на окружности $\rho = \xi$, \mathbf{e}_ρ , \mathbf{e}_z – орты цилиндрической системы координат. Первые два слагаемых в правой части (1) появились при дифференцировании разрывной функции $g \mathbf{A}$ [4]. Поясним происхождение третьего слагаемого в (2). Отметим, что $\text{rot}(f^2 \nabla \chi)$ равен нулю при $\rho < \xi$ и $\rho > \xi$, но при $\rho = \xi$ имеет особенности, так что при $\rho = \xi$ $\text{rot}(f^2 \nabla \chi)$ следует доопределить, исходя из интегральных соотношений:

$$\int_S \text{rot}(f^2 \nabla \chi) d\mathbf{S} = \oint_\Gamma f^2 \nabla \chi d\mathbf{l} = \begin{cases} 2\pi, & \text{если } \Gamma \text{ охватывает сердцевину вихря} \\ 0, & \text{если } \Gamma \text{ внутри сердцевины вихря.} \end{cases} \quad (3)$$

Здесь Γ – контур, ограничивающий произвольную площадку S на плоскости x,y. Соотношение (3) выполняется при любом Γ , если принять $\text{rot}(f^2 \nabla \chi) = \kappa \delta(\rho - \xi) \mathbf{e}_z$. Такое же выражение можно получить, используя правила дифференцирования разрывных функций [4].

Поскольку при получении (1) использовалось приближение по ξ , то вкладом первых двух слагаемых (2) в $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ можно пренебречь. В этом можно убедиться, если перейти к фурье-представлению уравнения (2): интегралы Фурье от первых двух слагаемых можно оценить, используя теорему о среднем. Оценки показывают, что они будут порядка $\xi \ln \kappa$ и $\xi^2 \ln \kappa$ от первого и второго слагаемого соответственно.

Итак, модифицированное уравнение Лондонов для $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ вихря с сердцевиной радиуса ξ имеет вид:

$$\mathbf{h} + \text{rot rot } \mathbf{h} = \frac{1}{\kappa \xi} \delta(\rho - \xi) \mathbf{e}_z. \quad (4)$$

В случае решетки вихрей f^2 и g – периодические функции решетки, так что в правой части (2) вместо $\delta(\rho - \xi)$ появятся суммы δ -функций с особенностями на окружностях радиуса ξ , центрированных на вихрях:

$$\mathbf{h} + \text{rot rot } \mathbf{h} = \sum_v \frac{1}{\kappa \xi} \delta(|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_v| - \xi) \mathbf{e}_z. \quad (5)$$

Представляя решение рядом Фурье по векторам \mathbf{G} обратной решетки, легко убедиться, что вкладом от нормальной части вихрей можно снова пренебречь. Уравнение (4) сохраняет свой вид и для полубесконечного сверхпроводника при \mathbf{H} , направленном по нормали к поверхности сверхпроводника, т.к. f в этом случае остается прежней [2], а оценки вкладов отбрасываемых членов имеют тот же порядок.

Приведем некоторые решения уравнения (4).

1. Одиночный вихрь в безграничном сверхпроводнике $\mathbf{h}(0,0,h)$

Фурье-компонента магнитного поля в этом случае запишется как

$$h_k = \frac{J_0(k\xi)}{2\pi\kappa(1+k^2)},$$

где $J_0(x)$ – функция Бесселя нулевого порядка. Отсюда $h(\rho)$:

$$h(\rho) = \begin{cases} \xi I_0(\rho) K_0(\xi) \cong \xi K_0(\xi), & 0 < \rho < \xi, \\ \xi I_0(\xi) K_0(\rho) \cong \xi K_0(\rho), & 0 < \xi < \rho. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь $I_0(x)$, $K_0(x)$ – модифицированные функции Бесселя нулевого порядка. Решение (6) правильно описывает поведение $h(\rho)$ как вне, так и внутри сердцевин вихря. Результат сравнения зависимостей $h(\rho)$, описываемых модифицированным и немодифицированным уравнением Лондонов, представлен на рис.1.

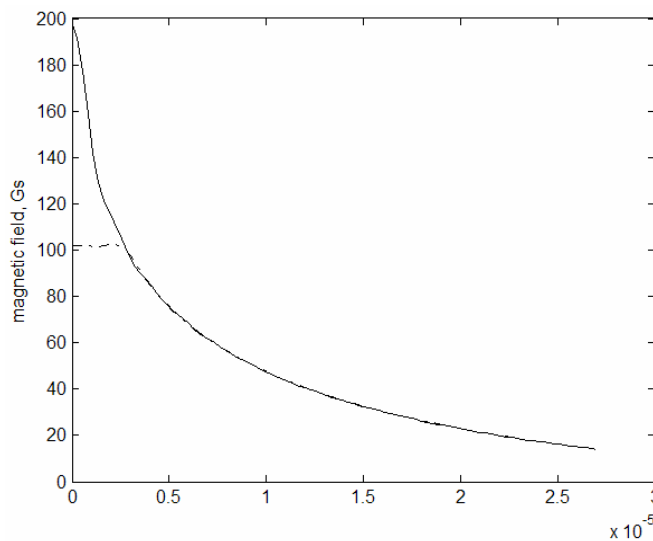


Рис. 1. Зависимость величины магнитного поля h от расстояния ρ (ρ измеряется в см). Сплошная линия на рисунке соответствует распределению $h(\rho)$ с $\xi = 0$, а штрих-пунктирная линия соответствует распределению $h(\rho)$ с $\xi = 0.1\lambda$ ($\lambda = 2700 \text{ \AA}$).

2. Решетка вихрей в сверхпроводнике, занимающем полупространство $z \geq 0$

Для Фурье-компонент $\mathbf{h}(\mathbf{G}, z)$ из (5) имеем:

$$\begin{aligned} -\frac{d^2 \mathbf{h}(\mathbf{G}, z)}{dz^2} + (1 + G^2) \mathbf{h}(\mathbf{G}, z) &= \frac{2\pi}{\kappa S_0} J_0(G\xi) \mathbf{e}_z, \\ iG_x h_x(\mathbf{G}, z) + iG_y h_y(\mathbf{G}, z) + \frac{d^2 h_z(\mathbf{G}, z)}{dz^2} &= 0, \quad z \geq 0, \\ -G^2 \Psi(\mathbf{G}, z) + \frac{d^2 \Psi(\mathbf{G}, z)}{dz^2} &= 0, \quad \mathbf{h} = -\nabla \Psi, \quad z < 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Решение уравнения (7) с учетом стандартных граничных условий для магнитного поля на границе сверхпроводник–вакуум имеет вид:

а) $\mathbf{h}(\mathbf{G}, z)$ внутри сверхпроводника ($z \geq 0$):

$$\begin{aligned} h_x(\mathbf{G}, z) &= i \frac{G_x dh_0}{G} \exp(-\sqrt{1+G^2} z), \\ h_y(\mathbf{G}, z) &= i \frac{G_y dh_0}{G} \exp(-\sqrt{1+G^2} z), \\ h_z(\mathbf{G}, z) &= \left[1 - \frac{Gd}{\sqrt{1+G^2}} \exp(-\sqrt{1+G^2} z) \right] h_0; \end{aligned} \quad (8)$$

б) $\mathbf{h}(\mathbf{G}, z)$ вне сверхпроводника ($z < 0$):

$$h_x(\mathbf{G}, z) = i \frac{G_x dh_0}{G} \exp(Gz), \quad h_y(\mathbf{G}, z) = i \frac{G_y dh_0}{G} \exp(Gz), \quad h_z(\mathbf{G}, z) = dh_0 \exp(Gz), \quad (9)$$

$$h_0 = \frac{2\pi}{\kappa S_0} \frac{1}{1+G^2} J_0(\xi G), \quad d = \frac{\sqrt{1+G^2}}{G + \sqrt{1+G^2}}, \quad (10)$$

где S_0 – площадь ячейки Браве вихревой решетки. При $z \rightarrow -\infty$ $h = H$, $H = 2\pi(\xi S_0)$ ($= \Phi_0/S$ – в размерных единицах). Решение (8),(9) переходит в решение уравнения Лондонов, в правой части которых стоят δ -функции с особенностями на центрах вихрей, если положить в (10) $J_0(\xi G) = 1$. Отсюда видно, что появление множителя $J_0(\xi G)$ при больших G улучшает асимптотику h_0 . Это приводит к сходимости ряда Фурье, представляющего $\mathbf{h}(\mathbf{r})$. Модифицированное уравнение Лондонов (5) более точно описывает магнитное поле вихревой решетки в широком интервале полей H ($H_{c1} < H < H_{c2}$). Отметим, наконец, что уравнение (5) можно обобщить и для описания $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ в анизотропных сверхпроводниках. Так, для одноосного анизотропного сверхпроводника в случае, если вихри направлены вдоль оси анизотропии Oz , уравнение для локального магнитного поля $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ примет вид:

$$\mathbf{h} + m_{ij} \text{rot}_i \mathbf{h} \text{rot}_j \mathbf{h} = \frac{1}{\kappa \xi} \sum_v \delta(|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_v| - \xi) \mathbf{e}_z, \quad (11)$$

где m_{ij} – тензор масс.

С помощью уравнения (11) также можно описать состояние высокотемпературного сверхпроводника (ВТСП), при котором вихри Абрикосова образуют нерегулярную вихревую структуру. Такое состояние ВТСП приводит к ряду особенностей, например: к немонотонной зависимости критического тока $J_c(H)$, “fishtail” эффекту [5], электрической бистабильности [6], изменению характера поглощения микроволновой энергии [7] и т.д.

В качестве первого шага для нахождения поля $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ в нерегулярной решетке вихрей Абрикосова найдем распределение $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ для случая, когда один из вихрей вихревой решетки, первоначально центрированный в начале координат, смещен в некоторую точку \mathbf{a} от начала координат. Если $|\mathbf{a}| \ll \lambda$, то $\delta(|\boldsymbol{\rho} - \mathbf{a}| - \xi)$ можно разложить в ряд Тейлора по вектору \mathbf{a} . Ограничиваясь линейными по \mathbf{a} членами разложения, получим:

$$\delta(|\boldsymbol{\rho} - \mathbf{a}| - \xi) = \delta(|\boldsymbol{\rho}| - \xi) - \frac{\partial \delta(\rho - \xi)}{\partial \rho} \frac{(\boldsymbol{\rho} \cdot \mathbf{a})}{\rho} + \dots \quad (12)$$

При подстановке (12) в (11) заметим, что первый член разложения в (12) войдет в сумму, определяющую магнитное поле регулярной решетки вихрей, а второй член разложения будет определять искажение регулярной решетки. В силу линейности уравнений (11) $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ можно представить в виде:

$$\mathbf{h}(\mathbf{r}) = \mathbf{h}_{\text{reg}}(\mathbf{r}) + \tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{r}), \quad (13)$$

где $\mathbf{h}_{\text{reg}}(\mathbf{r})$ – магнитное поле регулярной решетки вихрей, $\tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{r})$ – возмущение магнитного поля, вызванного смещением одного вихря из точки (0,0) в точку $\mathbf{a}(a_x, a_y)$. Решение для $\mathbf{h}_{\text{reg}}(\mathbf{r})$ находим аналогично (7) – (9), как и в случае изотропного сверхпроводника. Поэтому остается только найти решение для $\tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{r})$.

Отметим, что $\tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{r})$ уже не обладает трансляционной симметрией решетки вихрей, поэтому $\tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{r})$ следует представить интегралом Фурье в плоскости (x, y) . По аналогии с (7) – (9) для фурье-компонент $\tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{k}, z)$ имеем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \tilde{h}_x(\mathbf{k}, z)}{\partial z^2} - q^2 \tilde{h}_x(\mathbf{k}, z) &= i \frac{m_1 - m_3}{m_1} k_x \frac{\partial \tilde{h}_x(\mathbf{k}, z)}{\partial z}, \\ \frac{\partial^2 \tilde{h}_y(\mathbf{k}, z)}{\partial z^2} - q^2 \tilde{h}_y(\mathbf{k}, z) &= i \frac{m_1 - m_3}{m_1} k_y \frac{\partial \tilde{h}_y(\mathbf{k}, z)}{\partial z}, \\ \frac{\partial^2 \tilde{h}_z(\mathbf{k}, z)}{\partial z^2} - q_1^2 \tilde{h}_z(\mathbf{k}, z) &= -\frac{\varphi}{m_1}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$q^2 = \frac{1}{m_1} + \frac{m_3}{m_1} k^2, \quad q_1^2 = \frac{1}{m_1} + k^2, \quad \varphi = i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}) J_0(k \xi),$$

где $m_1 = m_{xx} = m_{yy}$ и $m_3 = m_{zz}$ – главные значения тензора масс в базисных осях кристалла.

Решение уравнений (14) с учетом стандартных граничных условий для магнитного поля на границе сверхпроводник–вакуум имеет вид:

а) $\tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{k}, z)$ внутри сверхпроводника ($z \leq 0$):

$$\tilde{h}_x(\mathbf{k}, z) = -i \frac{k_x \varphi}{kd_1} \exp(q_1 z), \quad \tilde{h}_y(\mathbf{k}, z) = -i \frac{k_y \varphi}{kd_1} \exp(q_1 z), \quad \tilde{h}_z(\mathbf{k}, z) = \frac{1}{m_1 q_1^2} - \frac{k \varphi}{q_1 d_1} \exp(q_1 z);$$

б) $\tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{k}, z)$ вне сверхпроводника ($z > 0$):

$$\tilde{h}_x(\mathbf{k}, z) = -i \frac{k_x \varphi}{kd_1} \exp(-kz), \quad \tilde{h}_y(\mathbf{k}, z) = -i \frac{k_y \varphi}{kd_1} \exp(-kz), \quad \tilde{h}_z(\mathbf{k}, z) = \frac{1}{d_1} \exp(-kz),$$

где $d_1 = m_1 q_1 (k + q_1)$.

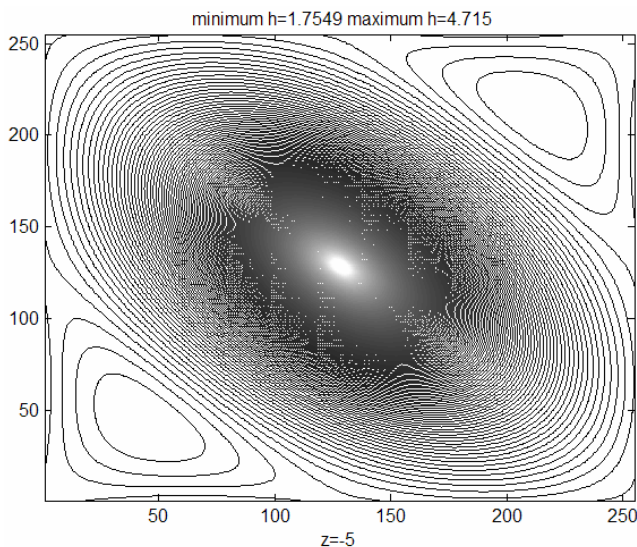


Рис. 2. Карта распределения магнитного поля $h(\mathbf{r})$ внутри сверхпроводника ($z = -5$) с не смещенным центром вихря радиуса $\zeta = 0.01$. Контурные линии нарисованы в неортогональной системе отсчета [3].

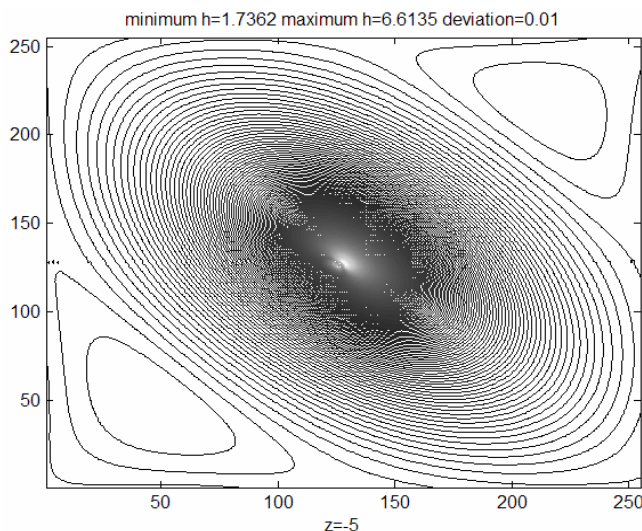


Рис. 3. Карта распределения магнитного поля $h(\mathbf{r})$ внутри сверхпроводника ($z = -5$) со смещенным центром вихря радиуса $\zeta = 0.01$. Смещение $a = 0.01$. Контурные линии нарисованы в неортогональной системе отсчета [3].

Для нахождения $\tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{r})$ необходимо выполнить обратное преобразование Фурье, т.е. вычислить двумерный интеграл Фурье. С вычислительной точки зрения это означает нахождение интегральной суммы, т.е. представления искомой функции в виде периодической функции, обладающей трансляционной симметрией двумерной решетки с достаточно большим периодом. Следовательно для вычисления $\tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{r})$ можно воспользоваться процедурой быстрого преобразования Фурье (БПФ) с периодом большим, чем период регулярной вихревой решетки. Подставляя найденное распределение $\tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{h}_{\text{reg}}(\mathbf{r})$ (которое, повторяем, легко находится по аналогии с (7) – (9)) в (13) найдем $\mathbf{h}(\mathbf{r})$. Магнитное поле возьмем $H = 2$, которое значительно превышает H_{c1} , а отношение масс выберем $\Gamma = m_3/m_1 = 25$, которое отражает анизотропию высокотемпературного сверхпроводника $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ с $T_c = 90$ K [8].

На рис. 2 и 3 представлены карты распределения магнитного поля $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ в элементарной ячейке вихревой решетки со смещенным и несмещенным центром сердцевин вихря на глубине $z = -5$ (внутри сверхпроводника). Величина смещения $a = 0.01$ (напомним, что a, ζ и z измеряются в единицах λ). Элементарная ячейка вихревой решетки разбивается на 256×256 точек, в которых вычисляется $\mathbf{h}(\mathbf{r})$.

На рисунках видно, что смещение одного вихря в регулярной решетке приводит к изменению распределения магнитного поля $\mathbf{h}(\mathbf{r})$. Это выражается также и в том, что изменяется максимальное и минимальное значение поля в элементарной ячейке. Учет таких изменений для всего пространства сверхпроводника может значительно изменить картину распределения магнитного поля $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ сверхпроводника [9], что позволит построить форму линии магнитного резонанса с учетом неоднородного уширения, вызванного искажениями регулярной решетки вихрей сверхпроводника.

В заключение авторы пользуются приятной возможностью поблагодарить Бориса Ивановича Кочелая за внимание и многочисленные обсуждения рассматриваемых в данной работе вопросов.

Работа выполнена при поддержке гранта CRDF (REC-007).

Литература

1. Ю.М. Белоусов, В.М. Горбунов, В.П. Смилга, И.В. Фесенко, УФН **160**, 55 (1990).
2. Д. Сан Жам, Г. Сарма, Е. Томас. Сверхпроводимость второго рода. Мир. М. 1970.
3. Б.И. Кочелаев, Е.П. Шарин. СФХТ **5**, 11, 1982 (1992).
4. И.М. Гельфанд, Г.Е. Шилов. Обобщенные функции и действия над ними. ФМ. М. 1959.
5. H. K \ddot{u} pf \acute{e} r *et al.*, Phys. Rev. B **58**, 2886 (1998)
6. A. Gurevich and V.M. Vinokur. Phys. Rev. Lett. **83**, 3037 (1999).
7. T. Sharoshnikova, Yu. Talanov, Yu. Vashakidze. Physica C **385**, 383 (2003).
8. С.А. Ефремова, С.Л. Царевский. ФТТ **39**, 11, 1935 (1997).
9. А.В. Минкин, С.Л. Царевский. ФТТ **46**, 3, 410 (2004).